

# Modulación Digital de Señales por Desfases y Adición de Símbolos

Alvaro Castillo G.

Departamento de Electricidad – Universidad Tecnológica Metropolitana

Av. José Pedro Alessandri 1242, Santiago, Chile

E-mail : [alvaro2n2222@yahoo.es](mailto:alvaro2n2222@yahoo.es)

## Resumen

En el presente artículo se propone y discute una técnica de modulación para transmisión digital, basada en la combinación lineal de  $N$  señales BPSK desfasadas temporalmente, donde el rango dinámico de la envolvente resultante es limitado al eliminar la redundancia secuencial de información, manteniendo constante el ancho de banda de transmisión independientemente de la cantidad de canales de información a combinar. Se presenta la formulación general de la técnica propuesta y se demuestra su rendimiento y eficiencia espectral a priori por sobre los límites teóricos. Finalmente, algunos resultados obtenidos vía simulación son presentados a fin de validar la propuesta y concluir definiendo las líneas de trabajo futuro.

## Abstract

In this work a modulation scheme based on the addition of  $N$  time-shifted BPSK signals is proposed and discussed for its application in digital transmission. The dynamic range of the envelope is controlled by removing redundant information in the sequence while keeping a constant bandwidth regardless of the number of information channels to be transmitted. The basic formulation of the modulation principle is presented in order to have a general approach to its potential performance and spectral efficiency in contrast to the theoretical limits. Finally, some simulation results are presented in order to assess the presented technique and to define future research topics.

**Index Terms**— BPSK, eficiencia espectral, Modulación digital,

## I. INTRODUCCIÓN

LA gran mayoría de los sistemas de transmisión inalámbricos emplean distintos métodos de modulación de acuerdo a los requerimientos de potencia en la señal, alcance o ancho de banda máximo a ocupar. En el común de los casos, esta modulación es del tipo digital dada las ventajas en cuanto a la fiabilidad respecto de su similar analógica (en una modulación digital los estados posibles están siempre predefinidos, en una modulación analógica no, por tanto su fiabilidad dependerá exclusivamente de que el ruido presente al momento de demodular sea despreciable). Tipos de modulaciones digitales existen muchos (FSK, PSK, QAM y sus derivados por nombrar algunos), como así también sistemas que combinan distintos tipos de modulación —como lo es el caso de la modulación OFDM— o que emplean una codificación de la señal original con el fin de mejorar la probabilidad de error en la recepción (por ejemplo TCM). Una característica importante de las modulaciones por fase (PSK) y por cuadratura (QAM) es que poseen una forma de espectro propia, independiente de la información a transmitir, fundamental y tiempo de símbolo, característica que resultaría muy interesante si fuese posible sumar y posteriormente recuperar muchas señales distintas entre si y con idéntico espectro cada una, pues implicaría una transmisión de  $N$  señales con el espectro de una sola señal, aumentando considerablemente la eficiencia del sistema. En los párrafos siguientes se demostrará como es posible recuperar  $N$  señales distintas entre si con idéntico espectro cada una que fueron sumadas arbitrariamente, y de paso demostrar

con esto la independencia que existe (en este tipo de modulación propuesto) entre ancho de banda, SNR y tasa de transmisión.

## II. ARGUMENTOS TEÓRICOS

El argumento matemático que sustenta el método propuesto puede resumirse básicamente en dos propiedades de la transformada de Fourier: la propiedad de linealidad y la propiedad de desplazamiento en el tiempo. Revisamos a continuación algunas propiedades

**Linealidad:** Sean dos señales  $f_1(t)$  y  $f_2(t)$  con espectros  $F_1(\omega)$  y  $F_2(\omega)$  respectivamente, entonces se da que la suma algebraica en el tiempo, en el espectro es equivalente a

$$\mathcal{F}\{f_1(t) + f_2(t)\} = \mathcal{F}\{f_1(t)\} + \mathcal{F}\{f_2(t)\} = F_1(\omega) + F_2(\omega) \quad \text{Ec1}$$

En otras palabras, el espectro resultante de la suma de  $N$  señales será equivalente a la suma de cada uno de los espectros individuales. Si  $f_1(t)$  y  $f_2(t)$  son dos señales idénticas en el tiempo y amplitud, se da paso a la segunda propiedad de la transformada de Fourier.

**Escalamiento:** Un escalamiento en un valor  $k$  de la amplitud de una señal  $f(t)$ , provoca un escalamiento en la misma magnitud en su espectro

$$\mathcal{F}\{k f(t)\} = k F(\omega) \quad \text{Ec2}$$

Esto es una variación en la amplitud en un factor  $k$  de cada frecuencia que compone el espectro de  $f(t)$ . Ahora bien, para poder identificar cada una de las señales sumadas es necesario incluir antes un mecanismo diferenciador que no modifique el espectro resultante, para ello acudimos a la tercera propiedad en cuestión de la transformada de Fourier.

**Desplazamiento en el tiempo:** un corrimiento  $t_0$  en el tiempo de  $f(t)$ , provocará una variación en el espectro equivalente a

$$\mathcal{F}\{f(t - t_0)\} = F(\omega) e^{-j\omega t_0}$$

Esto es, una variación en las fases de  $F(\omega)$  conservándose intacto el modulo del espectro  $[F(\omega)]$ , por tanto es posible provocar un corrimiento de fase entre cada una de las  $N$  señales a sumar como mecanismo identificador sin alterar el espectro resultante, matemáticamente esto es

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{f(t) + f(t - t_1) + \dots + f(t - t_n)\} &= \\ F(\omega) e^{-j\omega t_0} + F(\omega) e^{-j\omega t_1} + \dots + F(\omega) e^{-j\omega t_n} &= \\ (e^{-j\omega t_0} + e^{-j\omega t_1} + \dots + e^{-j\omega t_n}) F(\omega) & \quad \text{Ec3} \end{aligned}$$

## III. DESCRIPCIÓN DEL MODULADOR

Supóngase tres señales a transmitir como en la figura 1 moduladas por medio de una BPSK, las que han sido desfasadas entre si (el desfase es respecto del símbolo que lleva cada señal, por tanto ¡el desfase de la fundamental puede ser cero!) y posteriormente sumadas para conformar el nuevo vector de transmisión  $T_x$

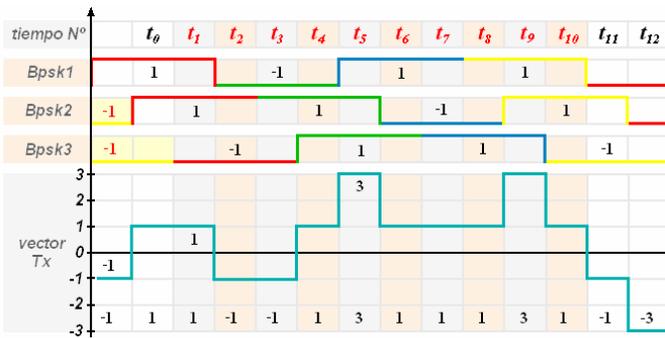


Figura 1

En la figura, cada color (rojo, verde, azul y amarillo) corresponde a la duración de un símbolo. La matriz de datos a transmitir la podemos ordenar como un vector tal como

Vector de datos de figura 1

$$\begin{matrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_1 & s_2 & s_3 & s_1 & s_2 & s_3 & s_1 & s_2 & s_3 \\ \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{-1} & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{matrix}$$

$t_1$

Donde  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$  es la señal BPSK1, 2 y 3 respectivamente, y los subíndices de cada numero corresponden a la posición del dato en el vector de datos; de este vector podemos obtener fácilmente el valor de  $T_X[t_n]$  para cualquier tiempo  $t_n$  al sumar de a tres elementos consecutivos del mismo, esto es

Vector de transmisión

$$\begin{matrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 & t_6 & t_7 & t_8 & t_9 & t_{10} \end{matrix}$$

Esta técnica puede generalizarse para  $N$  señales, ordenando la matriz de datos de la misma manera anterior y sumando un número de elementos equivalente a  $N$  señales para obtener el vector  $T_X$ , vector con la información efectiva a transmitir y con espectro equivalente al espectro de una sola señal. Cabe recordar que para no perder las características de la señal la información del vector  $T_X$  no debe volver a ser modulada, solo debe ser elevada en frecuencia al momento de transmitir.

En la figura 2 el diagrama en bloques para el modulador

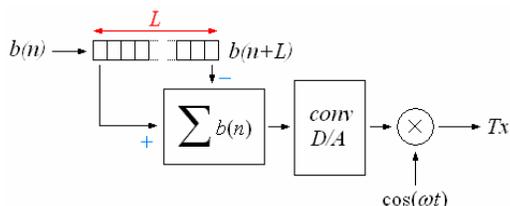


Figura 2. Diagrama Esquemático Modulador

En la figura, los datos ingresan bits a bits desde el vector de datos de izquierda a derecha (un cero lógico para los datos que tomen el valor de menos uno, y un uno lógico para los que no; el cero será interpretado como menos uno), el largo máximo de elementos retenidos en  $L$ , debe ser equivalente al numero  $N$  de señales a sumar (equivalente a los tres elementos sumados en el ejemplo anterior)

#### IV. DESCRIPCIÓN DEL DEMODULADOR

Lo que se describirá a continuación representa el corazón de esta técnica de modulación, ya que sin una decodificación exacta de la trama  $T_X$ , de nada serviría el argumento teórico que sustenta la idea de un mejor aprovechamiento del espectro.

Lo único que se conoce en el demodulador normalmente son las características físicas de este, esto es la frecuencia de trabajo, el numero de señales que fue sumado, y el desfase neto existente entre cada símbolo de cada una de las señales; en este caso características mínimas necesarias para recuperar la señal.

Supóngase conocido el primer símbolo de la BPSK1 y BPSK2, al llegar el tercer dato de la trama  $T_X$  en el tiempo  $t_1$  (ver figura 1) es sabido de que este esta constituido por la suma de las  $N$  señales (en este caso 3), por tanto si quisiésemos recuperar el primer símbolo de la BPSK3 (tercer elemento del vector de datos) bien podríamos sumar las señales BPSK1 y 2 y restárselas al vector de transmisión  $T_X$  en el tiempo  $t_1$

$$\begin{aligned} \text{dato 3} &= S_3(t_1, t_2, t_3) = T_X(t_1) - S_1(t_1) - S_2(t_1) \\ -1 &= (1) - (1) - (1) \end{aligned}$$

De este modo conocemos el primer símbolo de la señal 3, valido para los tiempos  $t_1$ ,  $t_2$  y  $t_3$  (ver figura 1). Para conocer el segundo símbolo de la BPSK1 (cuarto elemento del vector de datos) podemos aplicar un método similar dado el encadenamiento de las señales al ser sumadas originalmente, esto es

$$\begin{aligned} \text{dato 4} &= S_1(t_2, t_3, t_4) = T_X(t_2) - S_2(t_2) - S_3(t_2) \\ -1 &= (-1) - (-1) - (-1) \end{aligned}$$

Nótese que en este caso se esta haciendo uso ya del dato decodificado en el tiempo  $t_1$ , y que es imposible recuperar el segundo símbolo de la señal 2 y 3 si previamente no se ha recuperado el segundo símbolo de la señal 1; la mecánica es idéntica para recuperar cada uno de los elementos que componen el vector de datos. De manera similar, esta técnica la podemos generalizar para  $N$  señales a ser sumadas en el modulador, tal como

$$\text{dato rec}(k) = T_X(t_k) - T_{X_{N-1}}(t_k)$$

En donde  $T_{X_{N-1}}$  corresponde a la suma algebraica de los  $N-1$  datos conocidos en el demodulador, y  $k$  el numero del elemento recuperado en el vector de datos. El diagrama en bloques en la figura 3

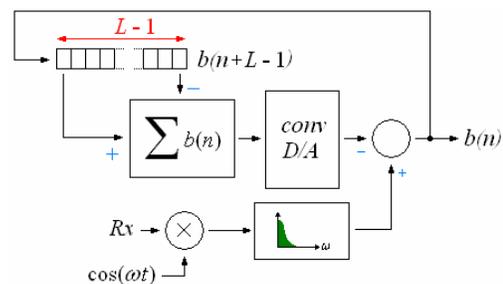


Figura 3. Diagrama Esquemático Demodulador

En la figura, los datos conocidos inicialmente inician cargados en el registro  $L-1$ , mientras que los datos demodulados se obtienen seriamente en  $b(n)$ .

#### V. ELIMINACIÓN DE REDUNDANCIA

Cuando el numero de señales a sumar es elevado, cabe la probabilidad de que los  $N$  elementos contenidos en  $L$  (figura 2) sean solo unos o solo menos unos y dado que se requiere un nivel de voltaje específico para representar cada valor de la suma algebraica (dos voltajes distintos por cada señal a sumar) implica la existencia de una gran excusión en voltaje en la medida de que el numero de señales aumenta. Sin embargo esto es una verdadera desventaja ya que la diferencia entre niveles de voltajes definidos será menor en la medida de que el numero de señales a sumar se incremente

(electrónicamente hablando), y mas aun, la suma algebraica de los datos se concentrará en torno al cero mayoritariamente (con mayor razón si el numero de señales a sumar aumenta, de acuerdo a la *teoría del limite central*), reduciéndose el uso de los valores extremos. Vale la pena pensar entonces que al menos existe una combinación lineal tal de señales que el resultado de dicha combinación girará siempre entorno al uno y menos uno (en el mejor de los casos), de modo que si pudiésemos asegurar de que siempre se de lugar a este caso particular, podría limitarse los valores máximos de la excursión del vector resultante  $T_X$  independiente del numero de señales a sumar. Esto puede conseguirse eliminando la información redundante del vector de datos

Sea el caso del vector de datos de la figura 1

$$1_1 \quad 1_2 \quad -1_3 \quad -1_4 \quad 1_5 \quad 1_6 \quad 1_7 \quad -1_8 \quad 1_9 \quad 1_{10} \quad 1_{11} \quad -1_{12}$$

Toda información va contenida en los momentos en los cuales se produce un cambio de magnitud, y no el tiempo que este estado se prolongue. Como en este caso están permitidos solo dos estados si se conoce el momento en donde se produce un cambio de signo, la información siguiente será redundante hasta que se produzca un nuevo cambio de signo, por tanto para mejorar el sistema hacemos cero toda información existente posterior a un cambio de signo. Con ello se logrará limitar la máxima excursión a un valor que *será independiente del numero de señales a sumar*, como se indica a continuación.

Vector de datos modificado

$$1_1 \quad 0_2 \quad -1_3 \quad 0_4 \quad 1_5 \quad 0_6 \quad 0_7 \quad -1_8 \quad 1_9 \quad 0_{10} \quad 0_{11} \quad -1_{12}$$

Nótese que al eliminar la información redundante en el vector de datos, al agrupar de a tres, cuatro o seis elementos consecutivos la suma máxima nunca excederá uno o menos uno, independiente del numero de datos a agrupar, esto gracias a la alternancia que existe entre unos y menos unos. Dado que el vector de datos es solo una forma de ordenar la información que se desea transmitir, podemos reinterpretar esta modificación arbitraria que hemos realizado como si la matriz de datos original nos hubiese conducido a la forma del vector de datos modificado, esto es

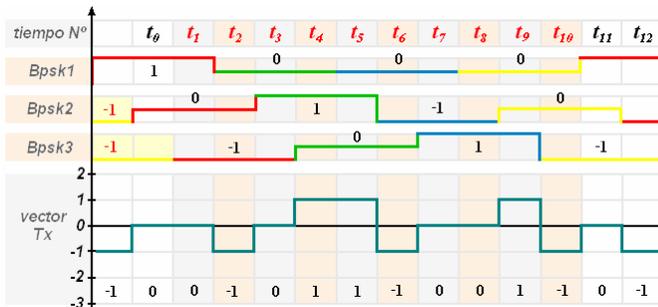


Figura 4

Lo que nos coloca en el plano de obtener una máxima eficiencia en excursión en la señal compuesta (mas robusta e inmune al ruido), a costa de combinar linealmente señales ya no del tipo BPSK, sino una similar que permite tres estados posibles: uno, cero y menos uno, y que en parte, modifica la forma original esperada para el espectro de la señal resultante. (Esto de acuerdo a que el espectro individual de una señal del tipo BPSK no es idéntico al espectro de la señal sugerida en la composición de  $T_X$  modificado, y por tanto de acuerdo a (Ec1) y (Ec3) la señal resultante poseerá un espectro similar en forma a los espectros de las señales que la constituyen).

El nuevo diagrama esquemático para el modulador y demodulador en la figura 5 y 6 respectivamente. En ambos, la señal antes de ser tratada es montada sobre una continua para evitar que la portadora se haga cero, y así poder asegurar la señal de reloj en todo tiempo (idealmente la señal de reloj debe obtenerse a partir de la portadora para evitar problemas de sincronización)

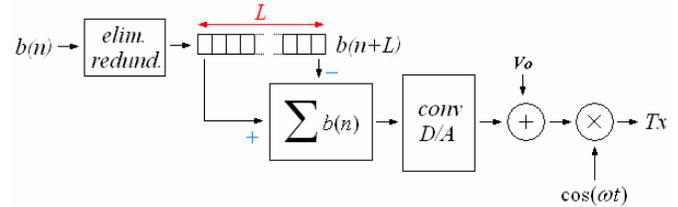


Figura 5. Diagrama Esquemático Modulador

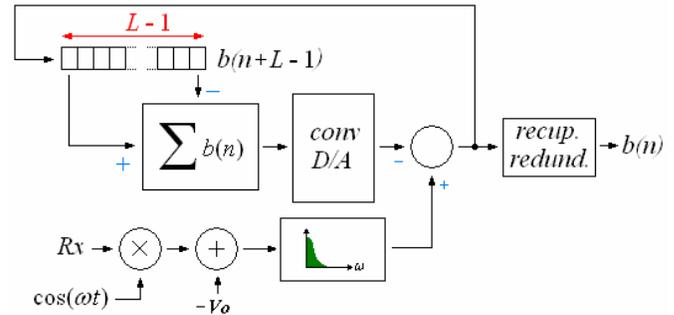


Figura 6. Diagrama Esquemático Demodulador

## VI. ANÁLISIS DE EFICIENCIA

Para poder caracterizar un sistema de transmisión es necesario conocer la potencia con la que se recibe la señal y el ancho de banda ocupado al realizar la transmisión, términos que definen la eficiencia de un sistema. Normalmente en los sistemas que son limitados en potencia, aumentan su eficacia a expensas del ancho de banda empleado en la transmisión, y viceversa. Otro tipo de estos sistemas emplean códigos que son añadidos a la señal con fin de corregir los errores y así mejorar la eficiencia del sistema, pero sin duda para poder comparar los distintos tipos de modulaciones es necesario definir algunos parámetros comunes para todo tipo de modulación [1].

*Definiciones:*

La capacidad  $C$  de un canal se define como la tasa de transferencia máxima de datos para un ancho de banda  $B_W$  (en Hz) dado que ocupe la transmisión, de acuerdo a la ecuación

$$C = B_W \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N_p} \right) \quad \text{Ec4}$$

En donde la razón  $S/N_p$  corresponde a la potencia promedio de la señal recibida sobre la potencia promedio del ruido (SNR). Esta ecuación fue propuesta en 1948 por C. Shannon en base a estudios preliminares realizado tiempo antes por R. Hartley, y describe la máxima capacidad máxima  $C$  (en bits/seg.) de un canal de ancho de banda  $B_W$  (en Hz) para una razón dada de SNR.[2] [3]

De la misma ecuación, la razón  $C/B_W$  define la eficiencia con la cual se hace uso del ancho de banda  $B_W$ ; esta se denomina *eficiencia espectral* y se representa como

$$\eta = \frac{C}{B_W} \Rightarrow \frac{C_R}{B_W} \quad \text{Ec5}$$

En la práctica, esta eficiencia posee un límite natural máximo alcanzable dado que el nivel de ruido gaussiano blanco aditivo (AWGN) propio de todos los sistemas electrónicos, posee un valor que es imposible de eliminar y determina las capacidades de detección en el receptor. De acuerdo a esto, sustituiremos  $C$  por  $C_R$  para diferenciar el caudal óptimo de un sistema realizable del caudal real. Esta información al ser transmitida comúnmente se envía como paquetes de bits o símbolos, y no como bits en forma individual. Por ello, definimos a continuación el significado de un símbolo y otros conceptos asociados a este.

Se define como *símbolo*, cada una de las combinaciones posibles realizables al enviar paquetes de  $m$  bits, esto es

$$M = 2^m \quad \text{Ec6}$$

Donde  $M$  representa el número máximo de combinaciones posibles (o alfabeto). Cada una de estas combinaciones es transmitida a una señal sinusoidal (normalmente como variaciones de fase y amplitud) durante un tiempo  $T_S$ , tiempo que define el *tiempo de símbolo*. Sin embargo, dado de que  $C_R$  se mide en bits/seg. y durante  $T_S$  se envían  $m$  bits, es necesario definir el tiempo de bit  $T_B$  como

$$T_B = \frac{T_S}{m} = \frac{1}{C_R} \quad \text{Ec7}$$

De acuerdo a esto, la eficiencia de cualquier sistema que transmite  $m$  bits en un tiempo  $T_S$  con un ancho de banda  $B_W$  (en Hz), queda definida como [1]

$$\eta = \frac{C_R}{B_W} = \frac{m}{B_W T_S} = \frac{1}{B_W T_B} \quad \text{Ec8}$$

Por ejemplo, para las transmisiones con modulaciones en base a variaciones en amplitud y fases (M-PSK y M-QAM), el ancho de banda ocupado en la transmisión se define en función del tiempo de símbolo, esto es

$$B_W = \frac{1}{T_S} \quad \text{Ec9}$$

Donde el ancho de banda principal está delimitado por las frecuencias de media potencia. De modo que si nos definimos un  $T_S$  constante, y los paquetes de  $m$  bits aumentan de tamaño en una cantidad  $k_b$  (con  $k_b \in \mathbb{N}$ ), entonces la eficiencia aumentará linealmente con  $k_b$ , de acuerdo con la expresión

$$\eta = \frac{k_b + m}{B_W T_S} = k_b + m \quad \text{Ec10}$$

El único inconveniente de esto es que en la medida que aumenta el número de bits en los paquetes a transmitir, para mantener una misma probabilidad de error en el bit en cada caso, es necesario aumentar la energía de la señal en proporción exponencial con  $k_b$ , esto, hasta un nivel en que electrónicamente será imposible de realizar. Este es un caso típico de aumento de  $C_R$  a expensas del SNR.

Hecha la definición de los parámetros de comparación, ahora estudiemos la eficiencia del método propuesto.

Una señal BPSK transmite paquetes de  $m = 1$  bit, por tanto si ésta posee un tiempo de símbolo  $T_S$  (figura 1) entonces el tiempo de bits por señal será  $T_B = T_S$ , ocupando cada señal un ancho de banda

$$B_W = \frac{1}{T_S} = \frac{1}{T_B}$$

En consecuencia y de acuerdo con la (Ec1), la señal resultante  $T_X$  llevará un ancho de banda equivalente a  $B_W$ . Sin embargo, dado que

en el tiempo  $T_S$  son enviadas  $N$  señales (por ende  $N$  bits), redefinimos el tiempo que tardará un bit en ser enviado como

$$T_{BN} = \frac{T_S}{N} \quad \text{Ec11}$$

En que  $T_{BN}$  corresponde al tiempo de bit neto, que dura la transmisión de un bit después de la modulación. De acuerdo a la (Ec8) la eficiencia del sistema resultará ser

$$\eta = \frac{C_R}{B_W} = \frac{1}{B_W T_{BN}} = \frac{N}{B_W T_S} \quad \text{Ec12}$$

Con la gran diferencia respecto de las modulaciones por fase y por cuadratura, de que no es necesario aumentar la relación SNR para mejorar  $\eta$  (considerando que  $B_W$  se mantiene constante independiente del número de señales a sumar), dado que al sumar  $N$  señales y luego eliminar la redundancia, la señal resultante  $T_X$  solo tomará valores comprendidos entre uno y menos uno conservando aproximadamente el SNR por señal, y por consecuencia, manteniendo una probabilidad de error constante independiente del número de señales a sumar. Si reemplazamos (Ec9) en (Ec12) se puede constatar que la eficiencia del sistema solo dependerá del número de señales combinadas.

$$\eta = \frac{N}{B_W T_S} = N \quad \text{Ec13}$$

Otra manera de demostrar esta eficiencia alcanzada por la modulación propuesta es la siguiente:

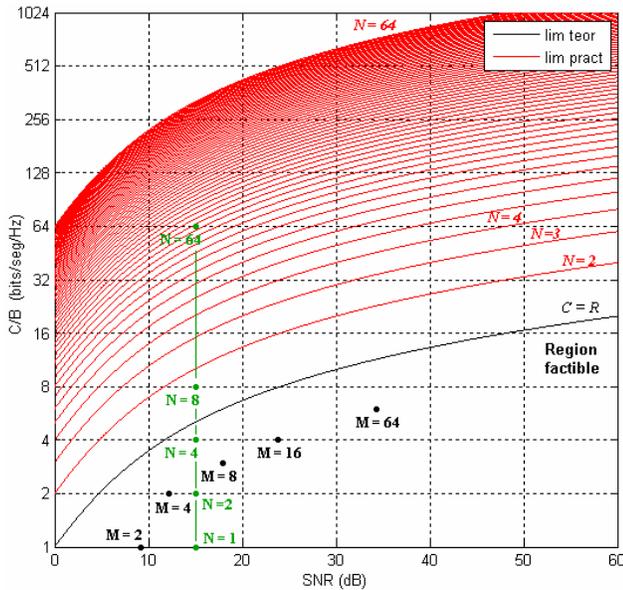
Considérese que cada señal BPSK a ser sumada es de amplitud uno y transmite una trama compuesta solo de unos, entonces cada señal posee una tasa de transferencia

$$C_n = B_W \log_2(1 + SNR)$$

Con  $B_W$  y SNR constante para cada señal. La tasa efectiva de transmisión del sistema será la suma de cada tasa individual  $C_n$  (como si una cañería de gran diámetro fuese alimentada por muchas cañerías de pequeño diámetro cada una) y dado que  $B_W$ , y el SNR son constantes en cada caso, podemos escribir para la transferencia efectiva

$$C_R = N B_W \log_2(1 + SNR) \quad \text{Ec14}$$

Esta ecuación describe la capacidad máxima de transferencia para una combinación lineal de  $N$  señales (con  $N$  solamente limitado al número de divisiones posibles de  $T_S$  realizable electrónicamente), desde luego el máximo aprovechable ideal pues en la práctica este valor es inalcanzable, aunque los valores de eficiencia que se pueden obtener con esta técnica, superan a priori ampliamente el límite único descrito por la curva de Shannon–Hartley para una transmisión a través de un mismo canal.

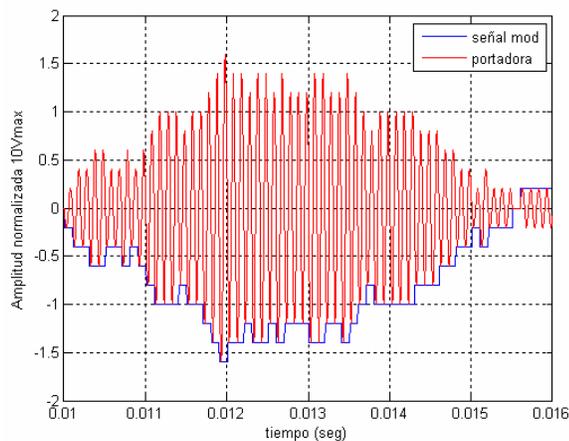


**Figura 7.** Familia de curvas de eficiencia propuestas para una combinación lineal de  $N$  señales y comparación de la eficiencia alcanzada a priori por el sistema propuesto (en verde), versus sistemas del tipo PSK y QAM para una probabilidad de error de  $10^{-5}$  [4][5]. De acuerdo a (Ec13) la eficiencia solo depende del número de señales a sumar, sumatoria en la que al eliminarse la redundancia de la información previamente, mantiene el valor promedio del SNR para  $N$  señales. En negro, la curva que limita la región factible de la infactible para realizar un sistema que asegure un valor mínimo en la probabilidad de error en la transmisión (teóricamente). Nota: para obtener la relación  $E_b/N_0$ (dB) a partir del SNR(dB), réstese el número de bits transmitidos en decibeles.

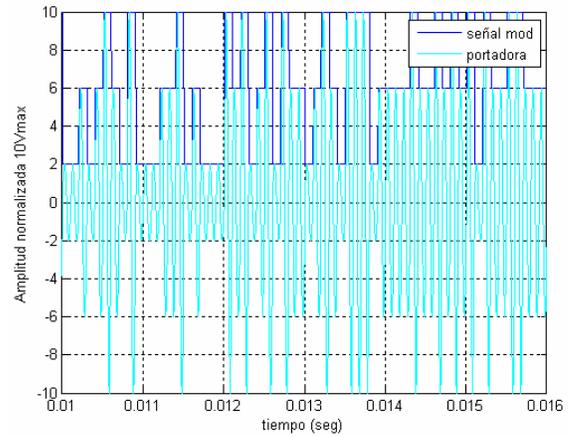
De acuerdo a (Ec13), se demuestra que no necesariamente debe sacrificarse ancho de banda o aumentar la potencia en la señal para mejorar la eficiencia en la transmisión de datos, y con ello la independencia que puede lograrse entre el SNR y el  $B_W$  para un  $C_R$  dado.

## VII. RESULTADOS DE SIMULACIONES

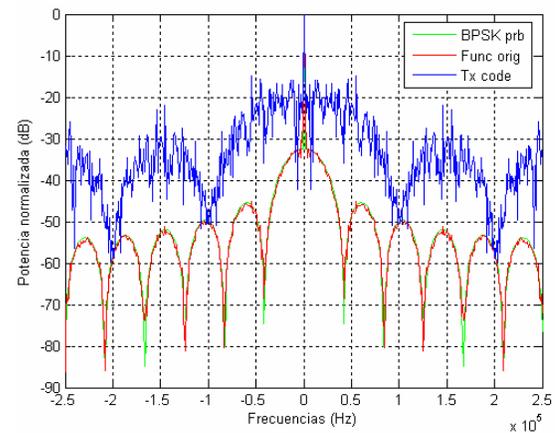
Los resultados que a continuación se presentan fueron obtenidos en Matlab v7.2 donde se consideró una señal compuesta por la suma de 100 señales BPSK que fue comparada con una BPSK ordinaria; en todos los casos se mantiene un valor constante para la relación SNR y tiempo de símbolo.



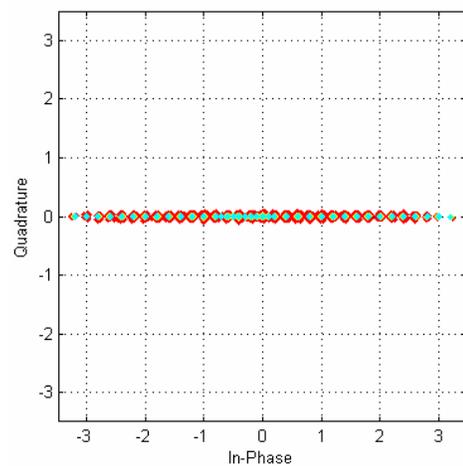
**Figura 8.** Vista preliminar de la función original  $T_X$  en el tiempo.



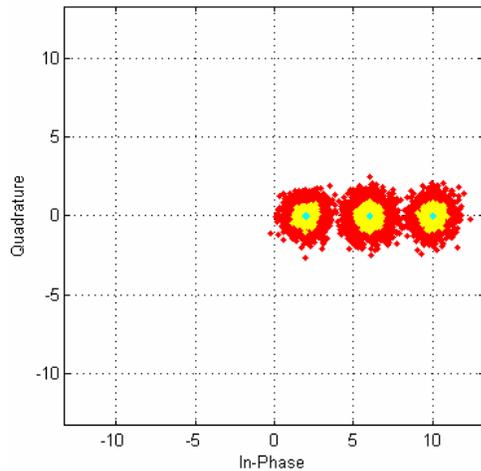
**Figura 9.** Vista preliminar de la función modificada ( $T_X$  modif.) en el tiempo



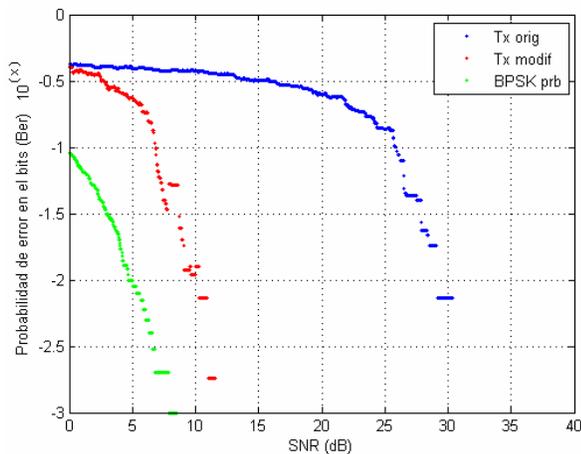
**Figura 10.** Comparación de espectros entre  $T_X$ ,  $T_X$  modif. y una BPSK de prueba con idéntico tiempo de símbolo a las señales combinadas linealmente. La prueba fue realizada con una combinación de 100 señales en banda base, donde se consideraron 500 puntos como el largo máximo de las ventanas a las que se le aplicó la fft, sobre un total de 512 puntos para realizar la prueba.



**Figura 11.** Constelación de la señal resultante original  $T_X$  sin la eliminación de redundancia. En la figura se presentan distintos valores de ruido complejo para cada punto de la constelación.



**Figura 12.** Constelación de la señal resultante modificada. El corrimiento existente en la constelación es para garantizar el que la portadora no se haga cero al ser modulada



**Figura 13.** Comparación entre el BER de la función original (en azul), el obtenido al eliminar redundancia (en rojo) y una BPSK de prueba (en verde). Se constata En la prueba fueron considerados 1000 símbolos. Nota: para obtener la relación  $E_b/N_0$ (dB) a partir del SNR(dB), réstese el número de bits transmitidos en decibelios.

## VIII. CONCLUSIONES

La gran observación que aquí hay que rescatar es que cuando fue planteada y demostrada la idea de que existía un límite máximo para la transferencia de datos a través de un ancho de banda dado en presencia de ruido blanco Gaussiano, esta es solo valida cuando se monta una trama de datos única sobre una señal sinusoidal, y no se intento (o al menos eso parece) ni siquiera en forma matemática (aunque aun no se supiese la manera de recuperar la señal) realizar una combinación lineal de señales (que al menos es lógico pensar para aumentar la tasa de transferencia), ya que de esta manera se demuestra rápidamente de que no existe tal límite, salvo la velocidad de los dispositivos electrónicos, única limitante física real existente en muchos circuitos en la actualidad.

Si bien es cierto este modelo genera a priori niveles de eficiencia por sobre lo común para un SNR dado, no hay que perder la atención sobre el ancho de banda resultante de la combinación lineal una vez eliminada la redundancia, pues en este se constata (fig. 10) un leve ensanchamiento conforme aumenta el número de señales a mezclar (aunque sin perjudicar mayormente el ancho de banda de media potencia). Otra gran limitante en la propuesta para modular señales,

es que dado el encadenamiento que existe para enviar cada bit, basta con que solo se pierda un solo bit para perder todos los bits restantes enviados de la trama que suceden al error. Esta debilidad deberá ser considerada adjuntando al sistema en versiones posteriores algún mecanismo efectivo de corrección de errores y/o codificación ad-hoc a esta particular recurrencia en la pérdida de datos.

Trabajos futuros sobre la técnica propuesta estan relacionado con exportar el método a otras modulaciones de orden superior (M-PSK y M-QAM) y verificar (e implementar si procede) la compatibilidad en un sistema de multiportadora tipo OFDM o similar. Finalmente se deberá profundizar analíticamente en la determinación de ciertos comportamientos observados en la experimentación, por ejemplo incorporar las caracterizaciones estadísticas relevantes que atañen al modelo de señal generado.

## REFERENCIAS

- [1] B. Sklar, "Defining, Designing and Evaluating Digital Communication Systems" IEEE Communications Magazine, vol 31, issue11, pp 91-101, Nov 1993.
- [2] C. Shannon "A Mathematical Theory of Communications", Bell System Technical Journal, vol. 27 Julio 1948, pp. 379-423 y Octubre 1948, pp. 623-656.
- [3] B. Carlson, "Sistemas de Comunicación" 1a ed. en español, McGraw-Hill de Mexico 1980.
- [4] J. Proakis, "Communication Systems Engineering" 1a. ed., Prentice-Hall, N. Jersey 1994.
- [5] J. Proakis, "Digital Communications" 3a. ed., McGraw-Hill Book Company, N. York 1995.

**Alvaro Castillo G.** Es actualmente alumno de la Universidad Tecnológica Metropolitana, se encuentra cursando su último año, y el presente trabajo es parte de su proyecto de titulación que será presentado para acceder al título de Ingeniero en Electrónica.